

## §1. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

### ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ?

Одним из самых удобных способов решения неравенства является метод интервалов:

- перенести все элементы в одну сторону, чтобы выражение сравнивалось с нулём;
- преобразовать выражение к такому виду, в котором элементы будут только умножаться или делиться;
- найти ключевые точки, сравнивая каждый элемент с нулём;
- для числителя эти точки будут выколотые при строгом знаке неравенства ( «>» или «<» ) и закрашенные при нестрогом знаке неравенства ( «≥» или «≤» );
- для знаменателя точки всегда будут выколотые;
- отметить на числовой прямой все ключевые точки, которые разобьют ось на интервалы;
- определить знак для КАЖДОГО интервала, подставляя в выражение любое значение из соответствующего интервала;
- записать в ответ подходящие по знаку неравенства интервалы.

#### 1.1

Решите неравенство

$$(x^2 - 3, 6x + 3, 24)(x - 1, 5) \leq 0.$$

Ответ:

#### 1.2

Решите неравенство

$$(10x + 7)(4 - 5x)(50x^2 - 5x - 28) < 0.$$

Ответ:

#### 1.3

Решите неравенство

$$\frac{(x - 2)(x - 4)(x - 7)}{(x + 2)(x + 4)(x + 7)} > 1.$$

Ответ:

#### 1.4

Решите неравенство

$$\frac{2x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 1.$$

Ответ:

#### 1.5

Решите неравенство

$$\frac{2x^2 - 6x}{x - 4} \leq x.$$

Ответ:

#### 1.6

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2} + \frac{2}{x - 3} \leq x.$$

Ответ:

#### 1.7

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 1} - \frac{x - 4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0.$$

Ответ:

#### 1.8

Решите неравенство

$$x^3 + 2x^2 - \frac{24x^2 - x + 3}{x - 3} \leq 1.$$

Ответ:

#### 1.9

Решите неравенство

$$x^3 + 5x^2 + \frac{30x^2 + x - 8}{x - 8} \leq 1.$$

Ответ:

#### 1.10

Решите неравенство

$$x^2 - 3x + 1 - \frac{x^3 + x^2 + 3x - 21}{x} \geq 3.$$

Ответ:

**1.11**

Решите неравенство

$$x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \leq 2.$$

Ответ:

**1.12**

Решите неравенство

$$\frac{x^5 - x^2}{x^2} \geq \frac{x^3 - 1}{4x^2}.$$

Ответ:

**1.13**

Решите неравенство

$$4 \cdot \frac{x^3 + x^2}{x^2 - 2x + 1} \leq 9 \cdot \frac{x + 1}{x^2 - 2x + 1}.$$

Ответ:

**1.14**

Решите неравенство

$$\frac{x}{x^2 + 3} \leq \frac{1}{4}x^{-1}.$$

Ответ:

**1.15**

Решите неравенство

$$x^2 + (2 - \sqrt{15})x - 2\sqrt{15} \leq 0.$$

Ответ:

**1.16**

Решите неравенство

$$x\sqrt{8} - 7x + 14\sqrt{8} > 57.$$

Ответ:

**1.17**

Решите неравенство

$$x + \frac{20}{x + 6} \geq 6.$$

Ответ:

**1.18**

Решите неравенство

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{2-x} \leq 5.$$

Ответ:

**1.19**

Решите неравенство

$$\frac{(x-1)^2 + 4(x+1)^2}{2} \leq \frac{(3x+1)^2}{4}.$$

Ответ:

**1.20**

Решите неравенство

$$x + 1 - \frac{4}{x+1} \geq \frac{6-4x-2x^2}{x+2}.$$

Ответ:

**1.21**

Решите неравенство

$$\frac{x^3 + 1}{x+1} + \frac{3}{x^2 - x + 1} \leq 4.$$

Ответ:

**1.22**

Решите неравенство

$$\left( \frac{10}{5x-21} + \frac{5x-21}{10} \right)^2 \leq \frac{25}{4}.$$

Ответ:

**1.23**

Решите неравенство

$$\left( \frac{2}{25x^2 - 10x - 8} + \frac{25x^2 - 10x - 8}{2} \right)^2 \geq 4.$$

Ответ:

**1.24**

Решите неравенство

$$\frac{6}{x\sqrt{3}-3} + \frac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9} \geq 2.$$

Ответ:

**1.25**

Решите неравенство

$$\frac{2 - (x - 6)^{-1}}{5(x - 6)^{-1} - 1} \leq -0,2.$$

Ответ:

**1.26**

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 5x - 3}{x^2 - 5x + 3} + \frac{x^2 - 5x + 24}{x^2 - 5x} \leq 0.$$

Ответ:

**1.27**

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x^2 - 3x + 16}{x^2 - 3x} \geq 0.$$

Ответ:

**1.28**

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x} + \frac{7x - 19}{x - 3} \leq \frac{8x + 1}{x}.$$

Ответ:

**1.29**

Решите неравенство:

$$\frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x - 4} + \frac{5}{x}.$$

Ответ:

**1.30**

Решите неравенство

$$\frac{20 + x - x^2}{x^2 - 5x} \leq 1 - \frac{2}{x - 1}.$$

Ответ:

**1.31**

Решите неравенство

$$2x + 1 - \frac{21x + 39}{x^2 + x - 2} \geq -\frac{1}{x + 2}.$$

Ответ:

**1.32**

Решите неравенство

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2 + x - 2} - \frac{2x^3 + x^2 + x - 1}{x + 2} \leq 1.$$

Ответ:

**1.33**

Решите неравенство

$$\frac{3}{x^2 + 13x + 40} \geq \frac{1}{x^2 + 15x + 56}.$$

Ответ:

**1.34**

Решите неравенство

$$\frac{x}{(x - 2)^3 + (x - 3)^3 - 1} \geq 0.$$

Ответ:

**1.35**

Решите неравенство

$$\frac{(5x - 3)^2}{x - 2} \geq \frac{9 - 30x + 25x^2}{14 - 9x + x^2}.$$

Ответ:

**1.36**

Решите неравенство

$$\frac{-2x^2 + 19x + 10}{5x + 2x^2 + 2} \geq 1 + \frac{2}{x}.$$

Ответ:

**1.37**

Решите неравенство

$$\frac{4x^4 - 4x^3 + x^2}{-2x^2 + 5x - 2} + \frac{2x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{x - 2} \leq 0.$$

Ответ:

**1.38**

Решите неравенство

$$\frac{(x^2 + 5x + 4)(x + 1)}{x^2 + 6x + 8} + \frac{(x^2 + 4x + 3)(x + 1)}{x^2 + 5x + 6} \leq (x^2 + 1)(x^2 + 2x + 1).$$

Ответ:

**1.39**

Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(x + 2)^2} + \frac{x^2 + 2x + 1}{(x - 3)^2} \leq \frac{(2x^2 - x + 5)^2}{2(x + 2)^2(x - 3)^2}.$$

Ответ:

**1.40**

Решите неравенство

$$\frac{1}{x(x + 1)} + \frac{1}{(x + 1)(x + 2)} + \frac{1}{(x + 2)(x + 3)} \leq \frac{3}{4}.$$

Ответ:

## КОРНИ И МОДУЛИ

## ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ?

Наличие *квадратного корня* (а также корня любой чётной степени) накладывает ограничение для переменной: подкоренное выражение не может быть отрицательным. Это необходимо учитывать при формировании окончательного ответа.

$$\sqrt{f(x)} \Rightarrow f(x) \geq 0$$

Наличие *модуля* «разделяет» неравенство на два: при положительных значениях подмодульного выражения модуль раскрывается с положительным знаком, а при отрицательных значениях – с отрицательным.

$$|f(x)| \Rightarrow \begin{cases} f(x), f(x) \geq 0 \\ -f(x), f(x) < 0 \end{cases}$$

**1.41**

Решите неравенство

$$\left( \frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \frac{x-4}{3-x} \right) \sqrt{6x-x^2} \leq 0.$$

Ответ:

**1.42**

Решите неравенство

$$(x^2 - x - 6) \cdot \sqrt{8-x} \leq 0.$$

Ответ:

**1.43**

Решите неравенство

$$\left( 1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2} \right) \sqrt{6x-x^2-5} \geq 0.$$

Ответ:

**1.44**

Решите неравенство

$$\left( 2x - 3 - \frac{5}{x} \right) \left( \frac{14}{x+1} + 2 + (\sqrt{-1-2x})^2 \right) \geq 0.$$

Ответ:

**1.45**

Решите неравенство

$$\frac{2\sqrt{x+3}}{x+1} \leq \frac{3\sqrt{x+3}}{x+2}.$$

Ответ:

**1.46**

Решите неравенство

$$\left( x + \frac{3}{x} \right) \left( \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9 - 1}}{\sqrt{5-x-1}} \right)^2 \geq 4 \left( \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9 - 1}}{\sqrt{5-x-1}} \right)^2.$$

Ответ:

**1.47**

Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x^2 - 3x - 4} \leq 0.$$

Ответ:

**1.48**

Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + x}}{x^2 + x - 1} \leq 0.$$

Ответ:

**1.49**

Решите неравенство

$$\sqrt{7-x} < \frac{\sqrt{x^3 - 6x^2 + 14x - 7}}{\sqrt{x-1}}.$$

Ответ:

**1.50**

Решите неравенство

$$\frac{1}{6x^2 - 5x} \geq \frac{1}{\sqrt{6x^2 - 5x + 1} - 1}.$$

Ответ:

**1.51**

Решите неравенство

$$\sqrt{2x^2 + 4x - 2} \geq x.$$

Ответ:

**1.52**

Решите неравенство

$$\sqrt{x^3 - 2x^2 + 4x - 2} \geq x.$$

Ответ:

**1.53**

Решите неравенство

$$\left| 2x^2 + \frac{19}{8}x - \frac{1}{8} \right| \geq 3x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{19}{8}.$$

Ответ:

**1.54**

Решите неравенство

$$25x^2 - 3|3 - 5x| < 30x - 9.$$

Ответ:

**1.55**

Решите неравенство

$$\left| x^2 - \frac{29}{12}x - \frac{35}{12} \right| \geq 2x^2 - \frac{61}{12}x - \frac{19}{12}.$$

Ответ:

**1.56**

Решите неравенство

$$25x^2 - 4|8 - 5x| < 80x - 64.$$

Ответ:

**1.57**

Решите неравенство

$$1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}.$$

Ответ:

**1.58**

Решите неравенство

$$|x + 1| - \frac{6}{|x + 1|} \leq 5.$$

Ответ:

**1.59**

Решите неравенство

$$\frac{x^4 - 6x^2 + 5}{|x^2 + 3x|} \geq 0.$$

Ответ:

**1.60**

Решите неравенство

$$5 \frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 6x + 9} < 1$$

Ответ:

**1.61**

Решите неравенство

$$|x^2 - 3x + 1| \geq \sqrt{4x^4 - 4x^2 + 1}.$$

Ответ:

**1.62**

Решите неравенство

$$\left( (x+1)^{-1} - (x+6)^{-1} \right)^2 \leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2}.$$

Ответ:

**1.63**

Решите неравенство

$$\left( (-x+1)^{-1} - (-x+4)^{-1} \right)^2 \leq \frac{|x^2 + 6x|}{(x^2 - 5x + 4)^2}.$$

Ответ:

**1.64**

Решите неравенство

$$\left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2.$$

Ответ:

**1.65**

Решите неравенство

$$3|x + 3| - 3x \leq 14 - |2 - x|.$$

Ответ:

**1.66**

Решите неравенство

$$3x - |x + 8| - |1 - x| \leq -6.$$

Ответ:

**1.67**

Решите неравенство

$$|x + 2| - x|x| \leq 0.$$

Ответ:

**1.68**

Решите неравенство

$$3|x + 1| + \frac{1}{2}|x - 2| - \frac{3}{2}x \leq 8.$$

Ответ:

**1.69**

Решите неравенство

$$\frac{|x^2 + 2x - 3| - |x^2 + 3x + 5|}{2x + 1} \geq 0.$$

Ответ:

**1.70**

Решите неравенство

$$\frac{9|x^2 - 22x + 105|}{17 - |x + 2|} - |22x - x^2 - 105| \leq 0.$$

Ответ:

## §2. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

## ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ?

Как правило, при решении показательных неравенств удобно сделать замену переменной. Для этого нужно привести выражение к такому виду, при котором переменная находится в одной и той же конструкции. Например, в выражении  $2^x + 2^{x+3} - 4^x$  переменная  $x$  находится в разных конструкциях. Значит, выражение следует преобразовать, воспользовавшись формулами свойств степеней. Вот некоторые из них:

$a^0 = 1$	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

Преобразуем:  $2^x + 2^{x+3} - 4^x \Rightarrow 2^x + 2^x \cdot 2^3 - (2^x)^2$

Теперь переменная  $x$  находится в составе только одной конструкции  $2^x$ . Значит, можно сделать замену  $2^x = t$  и выражение будет выглядеть так:  $t + 8t - t^2$ . Затем, решив неравенство относительно  $t$  и получив неравенство вида  $t > a$ , делаем обратную замену и решаем неравенство вида  $2^x > a$  относительно  $x$ .

Иногда на  $t$  удобнее заменить более сложную конструкцию. Например,  $5^{4x}$ ,  $7^{x+3}$ ,  $0,25^{-x}$  и пр.

Если в неравенстве встречаются две разные конструкции, которые с трудом можно (или вообще нельзя) привести к одному и тому же виду, то следует разделить всё неравенство на одну из этих конструкций. Например, неравенство  $2^x + 5 \cdot 3^x > 0$  можно разделить на  $3^x$  (знак неравенства не поменяется, поскольку  $3^x > 0$  всегда). Имеем неравенство  $\left(\frac{2}{3}\right)^x + 5 > 0$ , которое без труда решается относительно  $x$  через приведение к одному основанию (через логарифм).

**2.1**

Решите неравенство  $6^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x > 2$ .

Ответ:

**2.2**

Решите неравенство  $2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4$ .

Ответ:

**2.3**

Решите неравенство  $5^x + 5^{-x} \geq \frac{17}{4}$ .

Ответ:

**2.4**

Решите неравенство  $2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7$ .

Ответ:

**2.5**

Решите неравенство  $3^x + 10 \cdot 3^{-x} \leq 11$ .

Ответ:

**2.6**

Решите неравенство  $4^x + 4^{-x} \geq \frac{10}{3}$ .

Ответ:

**2.7**

Решите неравенство  $2^x + 32 \cdot 2^{-x} \geq 33$ .

Ответ:

**2.8**

Решите неравенство  $11^{x+1} + 3 \cdot 11^{-x} \leq 34$ .

Ответ:

**2.9**

Решите неравенство  $5^x + \left(\frac{1}{5}\right)^x > 2$ .

Ответ:

**2.10**

Решите неравенство  $19 \cdot 4^x + 4^{-x} \leq 20$ .

Ответ:

**2.11**

 Решите неравенство  $2^{x^2} \leq 4 \cdot 2^x$ .

Ответ:

**2.12**

 Решите неравенство  $2^{x^2} \leq 64 \cdot 2^x$ .

Ответ:

**2.13**

 Решите неравенство  $3^{x^2} > 9 \cdot 3^x$ 

Ответ:

**2.14**

 Решите неравенство  $5^{3x-1} - 5^{3x+1} \leq -72$ .

Ответ:

**2.15**

 Решите неравенство  $3^{4x-1} + 3^{4x+1} \geq 80$ .

Ответ:

**2.16**

 Решите неравенство  $5^{x+2} + 2 \cdot 5^{-x} \leq 51$ .

Ответ:

**2.17**

 Решите неравенство  $2^x + \frac{80}{2^x} \geq 21$ .

Ответ:

**2.18**

 Решите неравенство  $2 \cdot 3^{x+2} + 27 \cdot 3^{-x} \leq 87$ .

Ответ:

**2.19**

 Решите неравенство  $3^x + 10 \cdot 3^{3-x} \geq 37$ .

Ответ:

**2.20**

 Решите неравенство  $9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511$ .

Ответ:

**2.21**

 Решите неравенство  $\frac{3^x - 1}{3^x - 3} \leq 1 + \frac{1}{3^x - 2}$ .

Ответ:

**2.22**

 Решите неравенство  $\frac{2}{5^x - 1} + \frac{5^x - 2}{5^x - 3} \geq 2$ .

Ответ:

**2.23**

 Решите неравенство  $4^x - 29 \cdot 2^x + 168 \leq 0$ .

Ответ:

**2.24**

 Решите неравенство  $25^x + 5^{x+1} + 5^{1-x} + \frac{1}{25^x} \leq 12$ .

Ответ:

**2.25**

 Решите неравенство  $2^{2x-1} - 7 \cdot 2^{x-1} + 5 \leq 0$ .

Ответ:

**2.26**

 Решите неравенство  $5 \cdot 2^{2x+2} - 21 \cdot 2^{x-1} + 1 \leq 0$ .

Ответ:

**2.27**

 Решите неравенство  $4^x - 7 \cdot 2^x + 10 \leq 0$ .

Ответ:

**2.28**

 Решите неравенство  $9^x - 31 \cdot 3^x + 108 \leq 0$ .

Ответ:

**2.29**

 Решите неравенство  $2^x + 5 \cdot 2^{2-x} \leq 12$ .

Ответ:

**2.30**

 Решите неравенство  $2^x + 80 \cdot 2^{4-x} \leq 261$ .

Ответ:

**2.31**

 Решите неравенство  $2^{2x+4} - 16 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+1} + 16 \leq 0$ .

Ответ:

**2.32**

 Решите неравенство  $3^{-2x+4} - 81 \cdot 3^{-x+3} - 3^{-x+1} + 81 \leq 0$ .

Ответ:

**2.33**

 Решите неравенство  $16^{x+\frac{1}{4}} - 9 \cdot 4^{x-\frac{1}{2}} + 1 \geq 0$ .

Ответ:

**2.34**

 Решите неравенство  $4^{x+2} - 257 \cdot 2^x + 16 \leq 0$ .

Ответ:

**2.35**

Решите неравенство  $4^x \leq 9 \cdot 2^x + 22$ .  
 Ответ:

**2.36**

Решите неравенство  $4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0$ .  
 Ответ:

**2.37**

Решите неравенство  $36^{x-\frac{1}{2}} - 7 \cdot 6^{x-1} + 1 \geq 0$ .  
 Ответ:

**2.38**

Решите неравенство  $3 \cdot 9^{-x} - 28 \cdot 3^{-x} + 9 \leq 0$ .  
 Ответ:

**2.39**

Решите неравенство  $3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0$ .  
 Ответ:

**2.40**

Решите неравенство  $\frac{3 - 0,25^x}{2 - 2^{-x}} \geq 1,5$ .  
 Ответ:

**2.41**

Решите неравенство  $9^x - 3^{x+4} \leq 82$ .  
 Ответ:

**2.42**

Решите неравенство  $9^x - 28 \leq 3^{x+3}$ .  
 Ответ:

**2.43**

Решите неравенство  $9^{x+\frac{1}{2}} - 28 \cdot 3^{x-1} + 1 \leq 0$ .  
 Ответ:

**2.44**

Решите неравенство  $2 \cdot 25^x - 5^{x+1} + 2 \leq 0$ .  
 Ответ:

**2.45**

Решите неравенство  $\frac{320 - 4^{-x-1}}{128 - 2^{-x}} \geq 2,5$ .  
 Ответ:

**2.46**

Решите неравенство  $\frac{36 - 9^{-x}}{9 - 3^{-x}} \geq 4$ .  
 Ответ:

**2.47**

Решите неравенство  $4^{x+\frac{3}{2}} - 33 \cdot 2^{x-1} + 1 \leq 0$ .  
 Ответ:

**2.48**

Решите неравенство  $9^x + 3^{x+1} + 3^{1-x} + \frac{1}{9^x} \leq 8$ .  
 Ответ:

**2.49**

Решите неравенство  $\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \leq 1$ .  
 Ответ:

**2.50**

Решите неравенство  $\frac{4^x - 6 \cdot 2^x - 20}{2^x - 32} \geq 1$ .  
 Ответ:

**2.51**

Решите неравенство  $\frac{2^{5+x} - 2^{-x}}{2^{3-x} - 4^{-x}} \geq 2^x$ .  
 Ответ:

**2.52**

Решите неравенство  $\frac{3 - 4^x}{2 - 2^x} \geq \frac{3}{2}$ .  
 Ответ:

**2.53**

Решите неравенство  $\frac{11 - 5^{x+1}}{25^x - 5(35 \cdot 5^{x-2} - 2)} \geq 1,5$ .  
 Ответ:

**2.54**

Решите неравенство  $\frac{13 - 5 \cdot 3^x}{9^x - 12 \cdot 3^x + 27} \geq 0,5$ .  
 Ответ:

**2.55**

Решите неравенство  $\frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} + \frac{22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \leq 0$ .  
 Ответ:

**2.56**

Решите неравенство  $\frac{25^x - 5^{x+2} + 26}{5^x - 1} + \frac{25^x - 7 \cdot 5^x + 1}{5^x - 7} \leq 2 \cdot 5^x - 24$ .  
 Ответ:



**2.57**

Решите неравенство

$$8^x - 3 \cdot 4^x + \frac{9 \cdot 4^x - 288}{2^x - 9} \leq 32.$$

Ответ:

**2.58**

Решите неравенство

$$\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}.$$

Ответ:

**2.59**

Решите неравенство

$$\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}.$$

Ответ:

**2.60**

Решите неравенство

$$1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^{x+4} + 64} \geq 0.$$

Ответ:

**2.61**

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 2^{x+3} + 7}{4^x - 5 \cdot 2^x + 4} \leq \frac{2^x - 9}{2^x - 4} + \frac{1}{2^x - 6}.$$

Ответ:

**2.62**

Решите неравенство

$$3^x + \frac{2 \cdot 3^{x+1}}{3^x - 3} + \frac{9^x + 26 \cdot 3^x + 21}{9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27} \leq 1.$$

Ответ:

**2.63**

Решите неравенство

$$\frac{27^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}.$$

Ответ:

**2.64**

Решите неравенство

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1.$$

Ответ:

**2.65**

Решите неравенство

$$\frac{25^x - 5^{x+2} + 26}{5^x - 1} + \frac{25^x + 7 \cdot 5^x + 1}{5^x - 7} \leq 2 \cdot 5^x - 24.$$

Ответ:

**2.66**

Решите неравенство

$$125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4.$$

Ответ:

**2.67**

Решите неравенство

$$1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81} \geq 0.$$

Ответ:

**2.68**

Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}.$$

Ответ:

**2.69**

Решите неравенство

$$\frac{8^{x+1} - 40}{2 \cdot 64^x - 32} \leq 1.$$

Ответ:

**2.70**

Решите неравенство

$$\frac{3^x}{3^x - 3} + \frac{3^x + 1}{3^x - 2} + \frac{5}{9^x - 5 \cdot 3^x + 6} \leq 0.$$

Ответ:

**2.71**

Решите неравенство

$$\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}.$$

Ответ:

**2.72**

Решите неравенство

$$\frac{6^x}{6^x - 3} + \frac{6^x + 1}{6^x - 2} + \frac{5}{36^x - 5 \cdot 6^x + 6} > 0.$$

Ответ:

**2.73**

Решите неравенство

$$\frac{-63 + 63 \cdot 3^x}{9^x - 4 \cdot 3^x + 3} \leq 3^{2x} - 7 \cdot 3^x - 21.$$

Ответ:

**2.74**

Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+2} - 9 \cdot 2^{x+2} + 32}{2^{x+3} - 2^{2x}} \leq \frac{3}{2^x}.$$

Ответ:

**2.75**

Решите неравенство

$$\frac{2}{7^x - 7} \geq \frac{5}{7^x - 4}.$$

Ответ:

**2.76**

Решите неравенство

$$\frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52.$$

Ответ:

**2.77**

Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

Ответ:

**2.78**

Решите неравенство

$$\frac{5^{2x+1} - 75 \cdot 0,2^{2x} - 10}{x+2} \leq 0.$$

Ответ:

**2.79**Решите неравенство  $2^{x+1} + 0,5^{x-3} \geq 17.$ 

Ответ:

**2.80**Решите неравенство  $2^{x^2} + 9 \cdot 2^{1-x^2} \geq 19.$ 

Ответ:

**2.81**Решите неравенство  $3^{x^2} + 2 \cdot 3^{1-x^2} \geq 7.$ 

Ответ:

**2.82**

Решите неравенство

$$(9^x - 2 \cdot 3^x)^2 - 62(9^x - 2 \cdot 3^x) - 63 \geq 0.$$

Ответ:

**2.83**

Решите неравенство

$$\frac{3}{(2^{2-x^2} - 1)^2} - \frac{4}{2^{2-x^2} - 1} + 1 \geq 0.$$

Ответ:

**2.84**

Решите неравенство

$$2 \cdot \left( \frac{7^x + 7^{-x}}{2} \right)^2 - 7 \cdot \frac{7^x + 7^{-x}}{2} + 3 \leq 0.$$

Ответ:

**2.85**Решите неравенство  $25^x - 20^x - 2 \cdot 16^x \leq 0.$ 

Ответ:

**2.86**Решите неравенство  $25^x - 5 \cdot 10^x - 6 \cdot 4^x \leq 0.$ 

Ответ:

**2.87**Решите неравенство  $9^x - 2 \cdot 6^x - 3 \cdot 4^x \leq 0.$ 

Ответ:

**2.88**Решите неравенство  $16^x - 12^x - 2 \cdot 9^x \leq 0.$ 

Ответ:

**2.89**Решите неравенство  $25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0.$ 

Ответ:

**2.90**Решите неравенство  $6^x - 4 \cdot 3^x - 2^x + 4 \leq 0.$ 

Ответ:

**2.91**Решите неравенство  $20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0.$ 

Ответ:

**2.92**

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 5 \cdot 2^x + 6}{1 - 3^{x-1}} \leq 2 \cdot 3^x - 5 \cdot 2^x + 6.$$

Ответ:

**2.93**

Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 7 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x}{3 \cdot 9^x - 3^x \cdot 2^{x+1}} \leq 1.$$

Ответ:

**2.94**

Решите неравенство

$$3 \cdot 45^x - 3 \cdot 27^x - 28 \cdot 15^x + 28 \cdot 9^x + 9 \cdot 5^x - 3^{x+2} \leq 0.$$

Ответ:

**2.95**

Решите неравенство

$$45^x - 27^x - 18 \cdot 15^x + 2 \cdot 9^{x+1} + 81 \cdot 5^x - 3^{x+4} \leq 0.$$

Ответ:

### §3. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

#### ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ?

При решении логарифмических неравенств начать следует с определения *области допустимых значений* (ОДЗ) переменной. Для каждого фигурирующего в неравенстве логарифма  $\log_a b$  нужно учесть, что  $a > 0; a \neq 1; b > 0$  и решить эти неравенства относительно  $x$ . Также следует учесть и другие присутствующие в неравенстве ограничения (например, наличие корня чётной степени, знаменателя дроби и пр.)

Неравенство вида  $\log_a b > \log_a c$  можно преобразовать в  $b > c$ , если  $a > 1$  или в  $b < c$ , если  $0 < a < 1$ .

Привести более сложное неравенство к такому виду можно с помощью формул:

$k = \log_a a^k$	$n \cdot \log_a b = \log_a b^n$	$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
$\log_a x^{2k} = 2k \cdot \log_a  x $	$\frac{1}{m} \cdot \log_a b = \log_a^m b$	$\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Также иногда в логарифмических неравенствах удобно сделать *замену*  $\log_a f(x) = t$  и решить получившееся неравенство относительно  $t$ . Затем сделать *обратную замену* и решить неравенство уже относительно  $x$ .

При решении логарифмических неравенств с переменной в основании логарифма полезно воспользоваться методом рационализации:

$\log_{h(x)} f(x) \vee 0$	$(h(x) - 1)(f(x) - 1) \vee 0$
$\log_{h(x)} f(x) \vee 1$	$(h(x) - 1)(f(x) - h(x)) \vee 0$
$\log_{h(x)} f(x) - \log_{h(x)} g(x) \vee 0$	$(h(x) - 1)(f(x) - g(x)) \vee 0$
$\log_{h(x)} f(x) + \log_{h(x)} g(x) \vee 0$	$(h(x) - 1)(f(x) \cdot g(x) - 1) \vee 0$
$\log_{h(x)} f(x) \cdot \log_{p(x)} g(x) \vee 0$	$(h(x) - 1)(f(x) - 1)(p(x) - 1)(g(x) - 1) \vee 0$
$\log_{h(x)} z(x) - \log_{p(x)} z(x) \vee 0$	$(h(x) - 1)(p(x) - 1)(z(x) - 1)(p(x) - h(x)) \vee 0$

#### 3.1

Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

Ответ:

#### 3.2

Решите неравенство

$$\log_2(x^2 - 4) - 3 \log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2.$$

Ответ:

#### 3.3

Решите неравенство

$$9 \log_7(x^2 + x - 2) \leq 10 + \log_7 \frac{(x-1)^9}{x+2}.$$

Ответ:

#### 3.4

Решите неравенство

$$\log_3 \frac{1}{x} + \log_3(x^2 + 3x - 9) \leq \log_3(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10).$$

Ответ:

#### 3.5

Решите неравенство

$$\log_3(x^2 - x - 3) + \log_3(2x^2 + x - 3) \geq \log_3(x^2 - 2)^2 + 2 + \log_{\frac{1}{3}} 4.$$

Ответ:

#### 3.6

Решите неравенство

$$2 \log_9(4x^2 + 1) \geq \log_3(3x^2 + 4x + 1).$$

Ответ:

#### 3.7

Решите неравенство

$$\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0,5} \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4).$$

Ответ:

#### 3.8

Решите неравенство

$$3 \log_{11}(x^2 + 8x - 9) \leq 4 + \log_{11} \frac{(x-1)^3}{x+9}.$$

Ответ:

**3.9**

Решите неравенство

$$1 + \log_6(4 - x) \leq \log_6(16 - x^2).$$

Ответ:

**3.10**

Решите неравенство

$$\log_5(3x + 1) + \log_5\left(\frac{1}{72x^2} + 1\right) \geq \log_5\left(\frac{1}{24x} + 1\right).$$

Ответ: .

**3.11**

Решите неравенство

$$\log_7(2x^2 + 12) - \log_7(x^2 - x + 12) \geq \log_7\left(2 - \frac{1}{x}\right).$$

Ответ:

**3.12**

Решите неравенство

$$2\log_2(1 - 2x) - \log_2\left(\frac{1}{x} - 2\right) \leq \log_2(4x^2 + 6x - 1).$$

Ответ:

**3.13**

Решите неравенство

$$\log_7(49x^2 - 25) - \log_7 x \leq \log_7\left(50x - \frac{9}{x} - 10\right).$$

Ответ:

**3.14**

Решите неравенство

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right).$$

Ответ:

**3.15**

Решите неравенство

$$2\log_7(x\sqrt{2}) - \log_7\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq \log_7\left(8x^2 + \frac{1}{x} - 5\right).$$

Ответ:

**3.16**

Решите неравенство

$$\log_2(17x^2 + 16) - \log_2(x^2 + x + 1) \geq \log_2\left(\frac{x}{x+10} + 16\right).$$

Ответ:

**3.17**

Решите неравенство

$$\log_2(4x^2 - 1) - \log_2 x \leq \log_2\left(5x + \frac{9}{x} - 11\right).$$

Ответ:

**3.18**

Решите неравенство

$$\log_2\left(\frac{1}{x} - 1\right) + \log_2\left(\frac{1}{x} + 1\right) \leq \log_2(27x - 1).$$

Ответ:

**3.19**

Решите неравенство

$$\log_3\left(\frac{1}{x} - 1\right) + \log_3\left(\frac{1}{x} + 1\right) \leq \log_3(8x - 1).$$

Ответ:

**3.20**

Решите неравенство

$$\log_7\left(2 + \frac{2}{x}\right) - \log_7(x + 3) \leq \log_7\frac{(6+x)}{x^2}.$$

Ответ:

**3.21**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(18 - 9x) < \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 2).$$

Ответ:

**3.22**

Решите неравенство

$$\log_4(6 - 6x) < \log_4(x^2 - 5x + 4) + \log_4(x + 3).$$

Ответ:

**3.23**

Решите неравенство

$$\log_2(14 - 14x) \geq \log_2(x^2 - 5x + 4) + \log_2(x + 5).$$

Ответ:

**3.24**

Решите неравенство

$$\log_6(21 - 7x) \geq \log_6(x^2 - 8x + 15) + \log_6(x + 3).$$

Ответ:

**3.25**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{\pi}{e}}(4) \geq \log_{\frac{\pi}{e}}(8 - 2^x).$$

Ответ:

**3.26**

Решите неравенство

$$\log_2((x-1)(x^2+3)) \leq \log_2(4x-x^2-3) + \log_2(5-x).$$

Ответ:

**3.27**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{4}}((2-x)(x^2+7)) \leq \log_{\frac{1}{4}}(x^2-5x+6) + \log_{\frac{1}{4}}(5-x).$$

Ответ:

**3.28**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}((4-x)(x^2+29)) \leq \log_{\frac{1}{3}}(x^2-10x+24) + \log_{\frac{1}{3}}(7-x).$$

Ответ:

**3.29**

Решите неравенство

$$2\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - \log_{\frac{1}{2}}(x^2-x-2) \geq 1.$$

Ответ:

**3.30**

Решите неравенство

$$\log_5((3-x)(x^2+2)) \geq \log_5(x^2-7x+12) + \log_5(5-x).$$

Ответ:

**3.31**

Решите неравенство

$$\log_3((2-x)(x^2+5)) \geq \log_3(x^2-5x+6) + \log_3(4-x).$$

Ответ:

**3.32**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(\log_2(x^2-9)-2) \geq -1.$$

Ответ:

**3.33**

Решите неравенство

$$\log_3(\log_3(x^2+4)-1) \leq 1.$$

Ответ:

**3.34**

Решите неравенство

$$\log_{\sqrt[4]{36}}\left(\log_{\frac{1}{2}}(x+1)\right) \geq 2.$$

Ответ:

**3.35**

Решите неравенство

$$\log_{\sqrt[8]{16}}\left(\log_{\frac{1}{4}}(x+2)\right) \geq 2.$$

Ответ:

**3.36**

Решите неравенство

$$2\log_2\frac{x+2}{x-3,7} + \log_2(x-3,7)^2 \geq 2.$$

Ответ:

**3.37**

Решите неравенство

$$\log_3(x^2-x-2) \leq 1 + \log_3\frac{x+1}{x-2}.$$

Ответ:

**3.38**

Решите неравенство

$$2\log_2\frac{x-1}{x+1,3} + \log_2(x+1,3)^2 \geq 2.$$

Ответ:

**3.39**

Решите неравенство

$$\log_2^2 x + 5\log_2 x + 6 > 0.$$

Ответ:

**3.40**

Решите неравенство

$$\log_2^2 x + 6 > 5\log_2 x.$$

Ответ:

**3.41**

Решите неравенство

$$\log_3^2 x + 2 > 3\log_3 x.$$

Ответ:

**3.42**

Решите неравенство

$$\log_2^2 x + 6 \geq 5\log_2 x.$$

Ответ:

**3.43**

Решите неравенство

$$\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_2 x} \geq 2\log_2 x.$$

Ответ:

**3.44**

Решите неравенство

$$\frac{5\lg^2 x - 1}{\lg^2 x - 1} \geq 1.$$

Ответ:

**3.45**

Решите неравенство

$$\log_5^2(25 - x^2) - 3\log_5(25 - x^2) + 2 \geq 0.$$

Ответ:

**3.46**

Решите неравенство

$$\log_2^2(4 + 3x - x^2) + 7\log_{0,5}(4 + 3x - x^2) + 10 > 0.$$

Ответ:

**3.47**

Решите неравенство

$$\log_3^2(25 - x^2) - 3\log_3(25 - x^2) + 2 \geq 0.$$

Ответ:

**3.48**

Решите неравенство

$$\frac{5\log_2^2 x - 100}{\log_2^2 x - 25} \geq 4.$$

Ответ:

**3.49**

Решите неравенство

$$\frac{(\log_4 x + 2)^2}{\log_4^2 x - 9} \geq 0.$$

Ответ:

**3.50**

Решите неравенство

$$(\log_2(x + 4, 2) + 2)(\log_2(x + 4, 2) - 3) \geq 0.$$

Ответ:

**3.51**

Решите неравенство

$$\log_2 \frac{8}{x} - \frac{10}{\log_2 16x} \geq 0.$$

Ответ:

**3.52**

Решите неравенство

$$(\log_2^2 x - 2\log_2 x)^2 < 11\log_2^2 x - 22\log_2 x - 24.$$

Ответ:

**3.53**

Решите неравенство

$$\log_5^2(9 - x^2) - 3\log_5(9 - x^2) + 2 \geq 0.$$

Ответ:

**3.54**

Решите неравенство

$$\frac{\log_4(16x^4) + 11}{\log_4^2 x - 9} \geq -1.$$

Ответ:

**3.55**

Решите неравенство

$$\frac{\log_3(9x) - 13}{\log_3^2 x + \log_3 x^4} \leq 1.$$

Ответ:

**3.56**

Решите неравенство

$$\frac{\log_6(36x) - 1}{\log_6^2 x - \log_6 x^3} \geq 0.$$

Ответ:

**3.57**

Решите неравенство

$$1 + \frac{10}{\log_2 x - 5} + \frac{16}{\log_2^2 x - \log_2(32x^{10}) + 30} \geq 0.$$

Ответ:

**3.58**

Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x}{\log_3(\frac{x}{27})} \geq \frac{2}{\log_3 x} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}.$$

Ответ:

**3.59**

Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x}{\log_3(\frac{x}{27})} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}.$$

Ответ:

**3.60**

Решите неравенство

$$\frac{\log_3(9x) - 13}{\log_3^2 x + \log_3 x^4} \leq 1.$$

Ответ:

**3.61**

Решите неравенство

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}.$$

Ответ:

**3.62**

Решите неравенство

$$\frac{\lg(5y^2 - 2y + 1)}{\lg(4y^2 - 5y + 1)^3} \leq \frac{\log_5 7}{\log_5 7}.$$

Ответ:

**3.63**

Решите неравенство

$$\frac{\ln(3y^2 - 2y + 1)}{\ln(5y^2 - 6y + 1)^5} \geq \frac{\log_7 3}{\log_7 3}.$$

Ответ:

**3.64**

Решите неравенство

$$\frac{\lg(3x + 2\sqrt{x} - 1)}{\lg(5x + 3\sqrt{x} - 2)^5} \geq \frac{\log_{32} 11}{\log_2 11}.$$

Ответ:

**3.65**

Решите неравенство

$$\frac{\log_{11}(3x + 2\sqrt{x+1} + 2)}{\log_{11}(5x + 3\sqrt{x+1} + 3)^3} \geq \frac{\log_{27} 11}{\log_3 11}.$$

Ответ:

**3.66**

Решите неравенство

$$\frac{\log_5(5x - 27)}{\log_5(x - 5)} \geq 1.$$

Ответ:

**3.67**

Решите неравенство

$$\frac{\log_5(3x - 13)}{\log_5(x - 4)} \geq 1.$$

Ответ:

**3.68**

Решите неравенство

$$\log_2^2(-\log_2 x) + \log_2 \log_2^2 x \leq 3.$$

Ответ:

**3.69**

Решите неравенство

$$\log_{0,5}^2(-\log_3 x) - \log_{0,5} \log_3^2 x \leq 3.$$

Ответ:

**3.70**

Решите неравенство

$$\log_{x+1}(x-1) \cdot \log_{x+1}(x+2) \leq 0.$$

Ответ:

**3.71**

Решите неравенство

$$\log_{0,25}(1-6x) \cdot \log_{1-x} \frac{1}{2} > 1.$$

Ответ:

**3.72**

Решите неравенство

$$\log_2(x+1)^2 \cdot \log_3 x^2 - 4\log_2(x+1) + 4\log_3(-x) + 4 \leq 0.$$

Ответ:

**3.73**

Решите неравенство

$$\log_3 \left( x + \frac{1}{x} \right) - 2\log_9(x-1) \leq \log_3(3x+4) - \log_{27} x^6.$$

Ответ:

**3.74**

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x+6)} \leq 0.$$

Ответ:

**3.75**

Решите неравенство

$$\lg^4 x - 4\lg^3 x + 5\lg^2 x - 2\lg x \geq 0.$$

Ответ:

**3.76**

Решите неравенство

$$\log_{x+1}(2x-5) + \log_{2x-5}(x+1) \leq 2.$$

Ответ:

**3.77**

Решите неравенство

$$\log_{3x+1}(4x-6) + \log_{4x-6}(3x+1) \leq 2.$$

Ответ:

**3.78**

Решите неравенство

$$\log_{2x-1}(4x-5) + \log_{4x-5}(2x-1) \leq 2.$$

Ответ:

**3.79**

Решите неравенство

$$\log_{5-x}(x+3) \leq 0.$$

Ответ:

**3.80**

Решите неравенство

$$\log_{7-x}(2x+9) \leq 0.$$

Ответ:

**3.81**

Решите неравенство

$$\log_{2x-3}(10-3x) \geq 0.$$

Ответ:

**3.82**

Решите неравенство

$$\log_{x-1}\left(\frac{x+1}{5}\right) \leq 0.$$

Ответ:

**3.83**

Решите неравенство

$$\log_{x-3}(x^2 - 12x + 36) \leq 0.$$

Ответ:

**3.84**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{2}}(4x^2 - 3x + 1) \geq 0.$$

Ответ:

**3.85**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{3}}(3x^2 - 2x + 1) \geq 0.$$

Ответ:

**3.86**

Решите неравенство

$$\log_{6x^2+5x}(2x^2 - 3x + 1) \geq 0.$$

Ответ:

**3.87**

Решите неравенство

$$\log_{6x^2-x-1}(2x^2 - 5x + 3) \geq 0.$$

Ответ:

**3.88**

Решите неравенство

$$\log_{x^2}\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}\right) \leq 0.$$

Ответ:

**3.89**

Решите неравенство

$$\log_{x^2}\left(-\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}\right) \leq 0.$$

Ответ:

**3.90**

Решите неравенство

$$\log_{(x+4)^2}(3x^2 - x - 1) \leq 0.$$

Ответ:

**3.91**

Решите неравенство

$$\log_{x^2}(x+2) \leq 1.$$

Ответ:

**3.92**

Решите неравенство

$$\log_{x^2}(2-x) \leq 1.$$

Ответ:

**3.93**

Решите неравенство

$$\log_{x^2}(x+1)^2 \leq 1.$$

Ответ:

**3.94**

Решите неравенство

$$\log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1.$$

Ответ:

**3.95**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1.$$

Ответ:

**3.96**

Решите неравенство

$$\log_{x^2+x}(x^2 - 2x + 1) \leq 1.$$

Ответ:



**3.97**

Решите неравенство

$$\log_{4-x} \frac{(x-4)^8}{(x+5)} \geq 8.$$

Ответ:

**3.98**

Решите неравенство

$$\log_{4-x} \frac{-5-x}{x-4} \leq -1.$$

Ответ:

**3.99**

Решите неравенство

$$\log_{3-x} \frac{x+4}{(x-3)^2} \geq -2.$$

Ответ:

**3.100**

Решите неравенство

$$\log_{4-x} (16-x^2) \leq 1.$$

Ответ:

**3.101**

Решите неравенство

$$\log_{0,25(x+1)^2} \left( \frac{x+7}{4} \right) \leq 1.$$

Ответ:

**3.102**

Решите неравенство

$$\log_{5-x} \frac{x+4}{(x-5)^{10}} \geq -10.$$

Ответ:

**3.103**

Решите неравенство

$$\log_{2x+4} (x^2 - 3x + 10) \geq 1.$$

Ответ:

**3.104**

Решите неравенство

$$\log_{5-x} \frac{x+2}{(x-5)^4} \geq -4.$$

Ответ:

**3.105**

Решите неравенство

$$\log_{x+2} (x^2 - 2) \geq 2.$$

Ответ:

**3.106**

Решите неравенство

$$\log_{2-x} (x+2) \cdot \log_{x+3} (3-x) \leq 0.$$

Ответ:

**3.107**

Решите неравенство

$$\log_{11-x} (x+7) \cdot \log_{x+5} (9-x) \leq 0.$$

Ответ:

**3.108**

Решите неравенство

$$\log_{4-x} (x+4) \cdot \log_{x+5} (6-x) \leq 0.$$

Ответ:

**3.109**

Решите неравенство

$$\log_{2x} (x+4) \cdot \log_x (2-x) \leq 0$$

Ответ:

**3.110**

Решите неравенство

$$(x-1) \log_{x+3} (x+2) \cdot \log_3 (x+3)^2 \leq 0.$$

Ответ:

**3.111**

Решите неравенство

$$x \cdot \log_{x+3} (7-2x) \geq 0.$$

Ответ:

**3.112**

Решите неравенство

$$x \cdot \log_{x+3} (2x+7) \geq 0.$$

Ответ:

**3.113**

Решите неравенство

$$(4x-7) \cdot \log_{x^2-4x+5} (3x-5) \geq 0.$$

Ответ:

**3.114**

Решите неравенство

$$(3x+7) \cdot \log_{2x+5} (x^2+4x+5) \geq 0.$$

Ответ:

**3.115**

Решите неравенство

$$x \log_8 \left( \frac{x}{5} - 1 \right) \geq 3 \log_2 \left( \frac{x}{5} - 1 \right).$$

Ответ:

**3.116**

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x) \cdot \log_{0,5x} 2}{\log_{0,125x} 8} \leq 1.$$

Ответ:

**3.117**

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_{0,125x} 2}{\log_{0,5x} 16} \leq \frac{1}{4}.$$

Ответ:

**3.118**

Решите неравенство

$$\log_{2x} 0,25 \leq \log_2 32x - 1.$$

Ответ:

**3.119**

Решите неравенство

$$\log_{2x} 0,25 \geq \log_2 32x - 1.$$

Ответ:

**3.120**

Решите неравенство

$$\log_x 512 \leq \log_2 \frac{64}{x}.$$

Ответ:

**3.121**

Решите неравенство

$$\log_{9x} 27 \leq \frac{1}{\log_3 x}.$$

Ответ:

**3.122**

Решите неравенство

$$\log_2 16x \geq \log_{0,5x} 2 \cdot \log_4 16x^4.$$

Ответ:

**3.123**

Решите неравенство

$$\log_2 0,5x \geq \log_{16x} 2 \cdot \log_4 16x^4.$$

Ответ:

**3.124**

Решите неравенство

$$\log_x(x^3 - 8) \leq \log_x(x^3 + 2x - 13).$$

Ответ:

**3.125**

Решите неравенство

$$\log_x(x^3 - 1) \leq \log_x(x^3 + 2x - 4).$$

Ответ:

**3.126**

Решите неравенство

$$\log_{x+3}(2x^2 - 20x + 48) \geq \log_{x+3}(x^2 - 9).$$

Ответ:

**3.127**

Решите неравенство

$$\log_{x+7} \left( \frac{3-x}{x+1} \right)^2 \leq 1 - \log_{x+7} \frac{x+1}{x-3}.$$

Ответ:

**3.128**

Решите неравенство

$$\log_{x+6} \left( \frac{x-4}{x} \right)^2 + \log_{x+6} \frac{x}{x-4} \leq 1.$$

Ответ:

**3.129**

Решите неравенство

$$\log_{(x-2)^2} \frac{5-x}{4-x} \leq 1 + \log_{(x-2)^2} \frac{1}{x^2 - 9x + 20}$$

Ответ:

**3.130**

Решите неравенство

$$2 \log_{(x^2-8x+17)^2} (3x^2+5) \leq \log_{x^2-8x+17} (2x^2+7x+5).$$

Ответ:

**3.131**

Решите неравенство

$$\log_x 3 + 2 \log_{3x} 3 - 6 \log_{9x} 3 \leq 0.$$

Ответ:

**3.132**

Решите неравенство

$$\log_{3x} \frac{1}{27} \cdot \log_3 27x + 9 \geq 0.$$

Ответ:

**3.133**

Решите неравенство

$$\frac{\log_{x+3}(x^2 - x + 30)}{\log_{x+3}(x^2 - x - 1)} \geq \frac{\lg(x^4 - 2x^3 + x^2)}{\lg(x^2 - x - 1)}.$$

Ответ:

**3.134**

Решите неравенство

$$\frac{\log_{x+5}(x^2 + 2x + 56)}{\log_{x+5}(x^2 + 2x - 2)} \geq \frac{\log_2(x^4 + 4x^3 + 4x^2)}{\log_2(x^2 + 2x - 2)}.$$

Ответ:

**3.135**

Решите неравенство

$$\frac{\log_{2^{(x-1)^2-1}}(\log_{2^{2x^2-2x+3}}(x^2 - 4x + 3))}{\log_{2^{(x-1)^2-1}}(x^2 + 4x + 5)} \geq 0.$$

Ответ:

**3.136**

Решите неравенство

$$\frac{\log_{2^{(x+1)^2-1}}(\log_{2^{2x^2+2x+3}}(x^2 - 2x))}{\log_{2^{(x+1)^2-1}}(x^2 + 6x + 10)} \geq 0.$$

Ответ:

**3.137**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{x-1}} 5 \leq \log_{\frac{x}{2}} 5.$$

Ответ:

**3.138**

Решите неравенство

$$\log_{\frac{x+2}{x}} 4 \geq \log_{x+2} 4.$$

Ответ:

**3.139**

Решите неравенство

$$\log_{x-3} 3 \geq \log_{x+3} 3.$$

Ответ:

**3.140**

Решите неравенство

$$\log_{x+1} 2 \leq \log_{3-x} 2.$$

Ответ:

**3.141**

Решите неравенство

$$\log_{6x^2-5x+1} 2 > \log_{\sqrt{6x^2-5x+1}} 2.$$

Ответ:

**3.142**

Решите неравенство

$$\log_{\log_x 2x}(9x - 4) \geq 0.$$

Ответ:

**3.143**

Решите неравенство

$$\log_{\log_x 2x}(6x - 2) \geq 0.$$

Ответ:

**3.144**

Решите неравенство

$$2 \log_{\log_2 x^2} 2 < 1.$$

Ответ:

**3.145**

Решите неравенство

$$\log_{x^2-x} \log_{x^2+x} x \geq 0.$$

Ответ:

**3.146**

Решите неравенство

$$\frac{\log_{1-2x}((x+1)(1-4x+4x^2))}{\log_{x+1}(1-2x)} \leq -1.$$

Ответ:

**3.147**

Решите неравенство

$$\frac{\log_{1-x}((3x+1)(1-2x+x^2))}{\log_{3x+1}(1-x)} \leq -1.$$

Ответ:

**3.148**

Решите неравенство

$$\log_{3x-3} 3 + \log_{(x-1)^2} 27 \geq 2.$$

Ответ:

**3.149**

Решите неравенство

$$\left| \log_x \frac{x}{4} \right| \cdot \log_{4x}(2x^2) \leq \left| \log_x \frac{x}{4} \right|.$$

Ответ:

**3.150**

Решите неравенство

$$\log_{|x+1|}^2(x+1)^4 + \log_2(x+1)^2 \leq 22.$$

Ответ:

## §4. СМЕШАННЫЕ НЕРАВЕНСТВА

## 4.1

Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{3}-1}(9^{|x|} - 2 \cdot 3^{|x|}) \leq \log_{\sqrt{3}-1}(2 \cdot 3^{|x|} - 3).$$

Ответ:

## 4.2

Решите неравенство

$$7^{\ln(x^2-2x)} \leq (2-x)^{\ln 7}.$$

Ответ:

## 4.3

Решите неравенство

$$4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} \geq 6.$$

Ответ:

## 4.4

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0.$$

Ответ:

## 4.5

Решите неравенство

$$\log_3(81^x + 16^x - 18 \cdot 4^x + 32) \geq 4x.$$

Ответ:

## 4.6

Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}}\left(\frac{x}{3}\right) > 0.$$

Ответ:

## 4.7

Решите неравенство

$$\frac{28}{(2^{7-x^2}-4)^2} + \frac{1}{2^{7-x^2}-4} - 2 \geq 0.$$

Ответ:

## 4.8

Решите неравенство

$$5^x \cdot \log_5 x - \sqrt{5} \geq \log_5 x^{\sqrt{5}} - 5^x.$$

Ответ:

## 4.9

Решите неравенство

$$\frac{3^{\sqrt{x}}}{3^{\sqrt{x}} - 81} \geq \frac{15 \cdot 3^{\sqrt{x}} - 81}{9^{\sqrt{x}} - 84 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 243}.$$

Ответ:

## 4.10

Решите неравенство

$$\sqrt{3 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 3} \geq 2^x - 3.$$

Ответ:

## 4.11

Решите неравенство

$$\sqrt{1 - \log_5(x^2 - 2x + 2)} < \log_5(5x^2 - 10x + 10).$$

Ответ:

## 4.12

Решите неравенство

$$\log_{x^2+1} \frac{2 \cdot 4^x - 15 \cdot 2^x + 23}{4^x - 9 \cdot 2^x + 14} \geq 0.$$

Ответ:

## 4.13

Решите неравенство

$$\log_x(\log_9(3^x - 9)) < 1.$$

Ответ:

## 4.14

Решите неравенство

$$\frac{3^{|x^2-2x-1|} - 9}{x} \geq 0.$$

Ответ:

## 4.15

Решите неравенство

$$\frac{x^2}{\log_{5-x} x} \leq (5x - 4) \cdot \log_x(5 - x).$$

Ответ:

## 4.16

Решите неравенство

$$2\sqrt{\log_2(-x)} < \log_2 \sqrt{x^2} - 3.$$

Ответ: